

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Национальный исследовательский университет)

Кафедра информатики и прикладной математики

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

**для выполнения лабораторных и практических работ
по дисциплине «Строительная информатика»**

**«Численные методы, алгоритмы и программы
решения задач на ЭВМ»**

Студент: _____

Институт: _____

Курс: _____

Группа: _____

Преподаватель: _____

Москва 2014

Результаты сдачи контрольных мероприятий студентом _____			
Контрольное мероприятие	Преподаватель	Отметка о зачете	Подпись
Лабораторная работа 1			
Лабораторная работа 2			
Лабораторная работа 3			
Лабораторная работа 4			
Лабораторная работа 5			
Лабораторная работа 6			
Лабораторная работа 7			
Контрольное задание 1			
Контрольное задание 2			
ЗАЧЕТ			

Рабочая тетрадь предназначена для студентов факультетов МГСУ, изучающих курс «Строительная информатика». В рабочей тетради представлены семь лабораторных работ, как правило, выполняемых студентами в третьем семестре. Приведены формы для оформления результатов ручного счета, программ и результатов выполнения работы на ЭВМ.

Принятые в заданиях номера факультетов МГСУ

Ф-тет	ПГС	ТЭС	ГСС	СТ	ГСХ	МиАС	ЭУМС	ВиВ	ТиВ	ИФО	ИСТАС	ИАФ
К	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Во всех лабораторных работах *G* - номер группы, *S* - номер студента по журналу.

Составители:

заведующий кафедрой, чл.-корр. РААСН, доктор технических наук *П.А. Акимов*

профессор, чл.-корр. РААСН, доктор технических наук *А.М. Белостоцкий*

доцент, кандидат технических наук *Т.Б. Кайтуков*

профессор, кандидат технических наук *Ж.И. Мсхалая*

профессор, кандидат физико-математических наук *Ю.В. Осипов*

профессор, советник РААСН, доктор технических наук *В.Н. Сидоров*

Рецензент

профессор доктор физико-математических наук *В.Н. Варпаев*

Лабораторная работа № 1.

Решение краевой задачи методом конечных разностей

Задание. Решить краевую задачу методом конечных разностей.

Постановка задачи:

$$\begin{cases} y'' + p(x)y = f(x); & x \in (0, l) \\ y(0) = g_1 \\ y(l) = g_2 \end{cases} - \text{краевые условия}$$

$$l = _, \quad g_1 = _, \quad g_2 = _, \quad c = _$$

$p(x) =$ _____

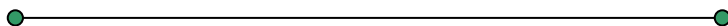
$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

1. Решить задачу на ЭВМ (N=___).
2. Решить задачу вручную (N=___).

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S=$ _____ , $G=$ _____ , $K=$ _____

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=__ с нумерацией)



Текст программы

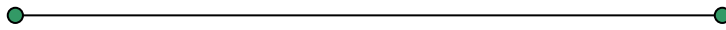
[illegible]

График полученной функции



Ручной счет ($N = \underline{\hspace{2cm}}$)

Разностная схема (расположение точек разбиения при $N = \underline{\hspace{2cm}}$ с нумерацией)



$i=2$	$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$p_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$f_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$i=3$	$x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$	$p_3 = \underline{\hspace{2cm}}$	$f_3 = \underline{\hspace{2cm}}$
$i=4$	$x_4 = \underline{\hspace{2cm}}$	$p_4 = \underline{\hspace{2cm}}$	$f_4 = \underline{\hspace{2cm}}$

Система конечно-разностных уравнений (для всех точек) .

{

Или, исключая $y_1 = y_5 = 0$,

{

Решение методом Гаусса

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} \right]$$

2-й шаг

Two identical empty 3x3 grids are provided for drawing a 3D object. Each grid consists of a 3x3 array of squares, with dashed lines for the hidden edges. The grids are separated by a vertical line.

Система с треугольной матрицей:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \mathbf{y}_3 \\ & \mathbf{y}_2 & \mathbf{y}_3 \\ & & \mathbf{y}_3 \end{array} \right. =$$

Из 3-го уравнения:	
Из 2-го уравнения:	
Из 1-го уравнения:	

График полученной функции



Лабораторная работа № 1	Фамилия И. О.	Дата	Подпись
Работу выполнил:	Студент		
Выполнение на ЭВМ:	Преподаватель		
Ручной счет:	Преподаватель		

Лабораторная работа № 2.

Устойчивость сжатого стержня

Задание. Решить задачу определения критической силы и формы потери устойчивости для сжатого стержня методом конечных разностей.

Постановка задачи:

$$\begin{cases} -Ry'' = Py, & x \in (0, l) \\ y(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}$$

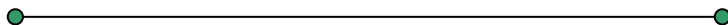
R=_____

1. Решить задачу на ЭВМ (N=___).
2. Решить задачу вручную (N=___).

Выполнение лабораторной работы (N=___)

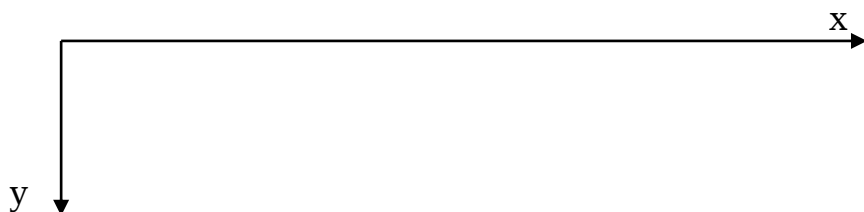
Вариант: S=_____ , G=_____ , K=_____

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=___ с нумерацией)



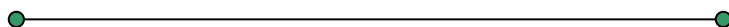
Текст программы

График формы потери устойчивости при минимальной критической силе
 $P_{\min} = \underline{\hspace{2cm}}$.



Ручной счет ($N = \underline{\hspace{1cm}}$)

Разностная схема (расположение точек разбиения при $N = \underline{\hspace{1cm}}$ с нумерацией)



$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$	$R_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$R_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$	$R_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

Конечно-разностные уравнения

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Матричный вид $A \bar{y} = p B \bar{y}$

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

Итерационный процесс

$$\tilde{A} = A^{-1}B = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}^{(0)} = (1, 1, 1);$$

$$\underline{k=0:} \quad \lambda^{(0)} = |v^{(0)}| =$$

$$\bar{y}^{(0)} = \frac{1}{\lambda^{(0)}} \bar{v}^{(0)} =$$

$$\bar{v}^{(1)} = \tilde{A} \bar{y}^{(0)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\underline{k=1:} \quad \lambda^{(1)} = |v^{(1)}| =$$

$$\bar{y}^{(1)} = \frac{1}{\lambda^{(1)}} \bar{v}^{(1)} =$$

$$\bar{v}^{(2)} = \tilde{A}\bar{y}^{(1)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\underline{k=2:} \lambda^{(2)} = \left| v^{(2)} \right| =$$

$$\bar{y}^{(2)} = \frac{1}{\lambda^{(2)}} \bar{v}^{(2)} =$$

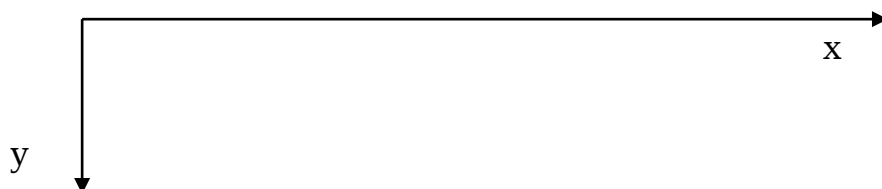
$$\bar{v}^{(3)} = \tilde{A}\bar{y}^{(2)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\underline{k=3:} \lambda^{(3)} = \left| v^{(3)} \right| =$$

$$\bar{y}^{(3)} = \frac{1}{\lambda^{(3)}} \bar{v}^{(3)} =$$

Ответ: $P_{\min} = 1/\lambda =$ $\bar{y} = ($ $)$

График формы потери устойчивости при минимальной критической силе



Лабораторная работа № 2	Фамилия И. О.	Дата	Подпись
Работу выполнил:	Студент		
Выполнение на ЭВМ:	Преподаватель		
Ручной счет:	Преподаватель		

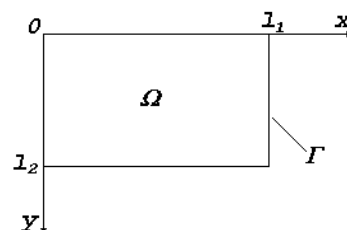
Лабораторная работа № 3.

Краевая задача Дирихле для уравнения Пуассона

Задание. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области методом конечных разностей.

Постановка задачи:

$$\begin{cases} \nabla^2 U = F(x, y), & \Omega = (0 < x < l_1, 0 < y < l_2) \\ U|_{\Gamma} = \varphi(x, y) = \begin{cases} \varphi_1(y), & x = 0 \\ \varphi_2(y), & x = l_1 \\ \varphi_3(x), & y = 0 \\ \varphi_4(x), & y = l_2 \end{cases} \end{cases}$$



$F(x, y) =$ _____

краевые условия: при $x=0$ и $x=l_1$ $U = \varphi_1(y) = \varphi_2(y) =$

при $y=0$ и $y=l_2$ $U = \varphi_3(x) = \varphi_4(x) =$

$l_1=1$, $l_2=1$.

1. Решить задачу на ЭВМ ($N1=$ __, $N2=$ __).
2. Решить задачу вручную ($N1=$ __, $N2=$ __) (ограничиться при решении разностной системы уравнений методом Зейделя тремя итерациями).

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S=$ _____, $G=$ _____, $K=$ _____

Конечно-разностная сетка (при $N1=$ __, $N2=$ __)



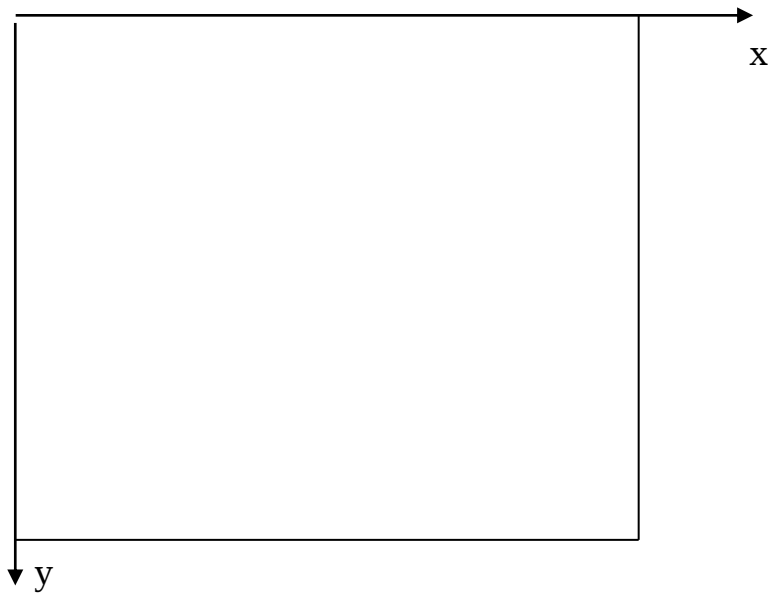
Текст программы

[illegible]

Результаты счета

Ручной счет

Конечно-разностная сетка (при $N_1=$ __, $N_2=$ __)



$$h_1=1/4=0.25, h_2=1/2=0.5$$

$\varphi_3(0)=$	$\varphi_1(0)=$
$\varphi_3(0.25)=$	$\varphi_1(0.5)=$
$\varphi_3(0.5)=$	$\varphi_1(1)=$
$\varphi_3(0.75)=$	
$\varphi_3(1)=$	

$$\text{Формула итераций: } u_{i,j}^{(k)} = \frac{\left(\frac{u_{i-1,j}^{(k)} + u_{i+1,j}^{(k-1)}}{h_1^2} + \frac{u_{i,j-1}^{(k)} + u_{i,j+1}^{(k-1)}}{h_2^2} - f_{ij} \right)}{\left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right)};$$

$$h_1^2=0.25^2=0.0625; h_2^2=0.5^2=0.25; \frac{2}{h_1^2}=32; \frac{2}{h_2^2}=8;$$

$$\underline{k=0:} \quad u_{1,1}^{(0)} = u_{2,1}^{(0)} = u_{3,1}^{(0)} = 0 \text{ (Начальные значения);}$$

$$\underline{k=1:} \quad i=1, j=1,$$

$$u_{1,1}^{(1)} = \frac{\frac{u_{0,1}^{(1)} + u_{2,1}^{(0)}}{0.0625} + \frac{u_{1,0}^{(1)} + u_{1,2}^{(0)}}{0.25} - f_{11}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40} =$$

$$=$$

$$u_{2,1}^{(1)} = \frac{\frac{u_{1,1}^{(1)} + u_{3,1}^{(0)}}{0.0625} + \frac{u_{2,0}^{(1)} + u_{2,2}^{(0)}}{0.25} - f_{21}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

$$i=3, j=1,$$

$$u_{3,1}^{(1)} = \frac{\frac{u_{2,1}^{(1)} + u_{4,1}^{(0)}}{0.0625} + \frac{u_{3,0}^{(1)} + u_{3,2}^{(0)}}{0.25} - f_{31}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

$$\underline{k=2:} \quad i=1, j=1,$$

$$u_{1,1}^{(2)} = \frac{\frac{u_{0,1}^{(2)} + u_{2,1}^{(1)}}{0.0625} + \frac{u_{1,0}^{(2)} + u_{1,2}^{(1)}}{0.25} - f_{11}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

$$i=2, j=1,$$

$$u_{2,1}^{(2)} = \frac{\frac{u_{1,1}^{(2)} + u_{3,1}^{(1)}}{0.0625} + \frac{u_{2,0}^{(2)} + u_{2,2}^{(1)}}{0.25} - f_{21}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

i=3, j=1,

$$u_{3,1}^{(2)} = \frac{\frac{u_{2,1}^{(2)} + u_{4,1}^{(1)}}{0.0625} + \frac{u_{3,0}^{(2)} + u_{3,2}^{(1)}}{0.25} - f_{31}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

k=3: i=1, j=1,

$$u_{1,1}^{(3)} = \frac{\frac{u_{0,1}^{(3)} + u_{2,1}^{(2)}}{0.0625} + \frac{u_{1,0}^{(3)} + u_{1,2}^{(2)}}{0.25} - f_{11}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

i=2, j=1,

$$u_{2,1}^{(3)} = \frac{\frac{u_{1,1}^{(3)} + u_{3,1}^{(2)}}{0.0625} + \frac{u_{2,0}^{(3)} + u_{2,2}^{(2)}}{0.25} - f_{21}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

i=3, j=1,

$$u_{3,1}^{(3)} = \frac{\frac{u_{2,1}^{(3)} + u_{4,1}^{(2)}}{0.0625} + \frac{u_{3,0}^{(3)} + u_{3,2}^{(2)}}{0.25} - f_{31}}{40} = \frac{\frac{0.0625}{0.0625} + \frac{0.25}{0.25} -}{40}$$

Ответ:

Лабораторная работа № 3	Фамилия И. О.	Дата	Подпись
Работу выполнил:	Студент		
Выполнение на ЭВМ:	Преподаватель		
Ручной счет:	Преподаватель		

Лабораторная работа № 4.

Задача об изгибе консоли (задача Коши)

Задание. Определить прогиб консоли (решить задачу Коши) методом Эйлера.

Исходная постановка задачи:

$$\begin{cases} y''(x) = \frac{M(x)}{EJ(x)} \sqrt{[1 + (y'(x))^2]^3}, & x > 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} - \text{начальные условия}$$

$EJ(x)$ - жесткость балки, $M(x)$ - изгибающий момент в балке - заданные функции.

$y(x)$ - прогиб балки: $y(x) = ?$

$$M(x) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad EJ = \underline{\hspace{2cm}}, \quad c = \underline{\hspace{2cm}}, \quad l = \underline{\hspace{2cm}}$$

Постановка исходной задачи в виде системы дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} z'(x) = f(x, z) \\ y'(x) = z(x) \\ y(0) = 0 \\ z(0) = 0 \end{cases} \quad x > 0$$

где

$$f(x, z) = \frac{M(x)}{EJ(x)} \sqrt{(1 + z^2(x))^3}.$$

Для решения применить следующий вариант метода Эйлера, т.е.

$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \\ z_{i+1} = z_i + h \cdot f(x_i, z_i), \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \cdot (z_i + z_{i+1}) \end{cases}$$

i - номер точки разбиения в разностной схеме.

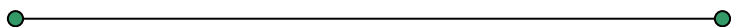
3. Решить задачу на ЭВМ ($N = \underline{\hspace{2cm}}$).

4. Решить задачу вручную ($N = \underline{\hspace{2cm}}$).

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S=$ _____ , $G=$ _____ , $K=$ _____

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=__ с нумерацией)

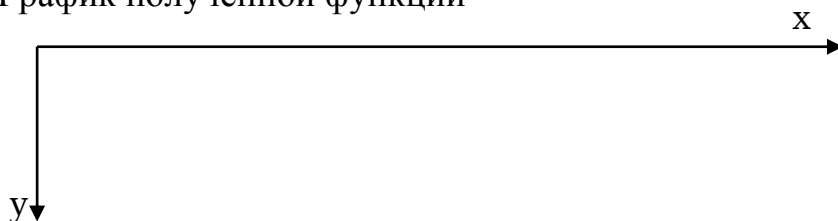


Текст программы

[illegible]

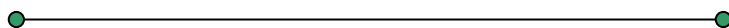
Результаты счета

График полученной функции



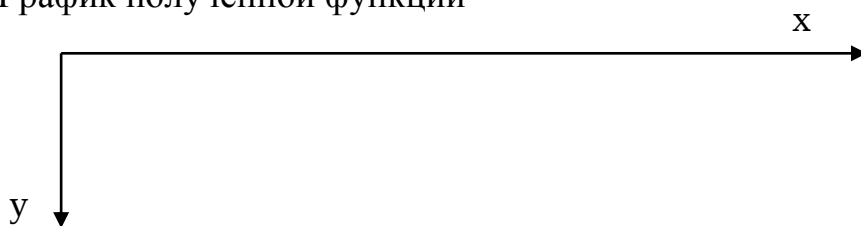
Ручной счет (N=___)

Разностная схема (расположение точек разбиения при N=___ с нумерацией)



$i=0$	$x_0 = \underline{\hspace{1cm}}$	$z_0 = \underline{\hspace{1cm}}$	$y_0 = \underline{\hspace{2cm}}$
	$M_0 = \underline{\hspace{2cm}}$	$= \underline{\hspace{1cm}}$	$f_0 = \underline{\hspace{2cm}}$
$i=1$	$x_1 = \underline{\hspace{1cm}}$	$z_1 = \underline{\hspace{1cm}}$	$y_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
	$M_1 = \underline{\hspace{2cm}}$	$= \underline{\hspace{1cm}}$	$f_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
$i=2$	$x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$z_2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$y_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
	$M_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$= \underline{\hspace{1cm}}$	$f_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$i=3$	$x_3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$z_3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$y_3 = \underline{\hspace{2cm}}$
	$M_3 = \underline{\hspace{2cm}}$	$= \underline{\hspace{1cm}}$	$f_3 = \underline{\hspace{2cm}}$
$i=4$	$x_4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$z_4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$y_4 = \underline{\hspace{2cm}}$

График полученной функции



Лабораторная работа № 4	Фамилия И. О.	Дата	Подпись
Работу выполнил:	Студент		
Выполнение на ЭВМ:	Преподаватель		
Ручной счет:	Преподаватель		

Лабораторная работа № 5.

Задача теплопроводности

Задание. Вычислить методом конечных разностей по **явной схеме** распределение температуры по толщине стены в соответствии с задачей, изложенной в теоретической части.

Исходная постановка задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & 0 < x < l, \quad t > 0 \\ u(0, t) = \varphi_0(t) \\ u(l, t) = \varphi_l(t) \\ u(x, 0) = \psi(x) \end{cases}$$

$$f(x, t) = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \alpha = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \varphi_0(t) = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \varphi_l(t) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\psi(x) = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$l = \underline{\hspace{2cm}}$$

Для обеспечения устойчивости счета принять $\tau = \frac{h^2}{2a}$, где h- шаг по

оси x, τ -шаг по оси t.

Применить формулу счета по явной схеме:

$$i=1, \dots, n-1 \quad k=0, 1, 2, 3, \dots$$

1. Решить задачу на ЭВМ для $n=\underline{\hspace{2cm}}$ точек по координате x и $k=\underline{\hspace{2cm}}$ шагов по времени (координата t) .

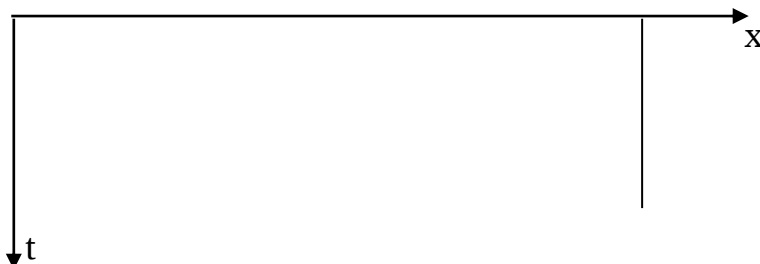
Представить результаты счета для $n=\underline{\hspace{2cm}}$ и $k=\underline{\hspace{2cm}}$ с распечаткой результатов при следующих k: $k=0, 1, 10, 20, 30, \dots, 90, 100, \dots$

2. Решить задачу вручную для $n=\underline{\hspace{2cm}}$, $k=0, 1, 2, \dots$

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S=\underline{\hspace{2cm}}$, $G=\underline{\hspace{2cm}}$, $K=\underline{\hspace{2cm}}$

Конечно-разностная сетка (при $n=\underline{\hspace{2cm}}, k=\underline{\hspace{2cm}}$)



Текст программы

[illegible]

Результаты счета

Ручной счет

Конечно-разностная сетка (при $N=$ __, $k=$ __, $h=$ ____, $\tau=$ __)



Результаты счета

k	t	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4
0						
1						
2						
3						

<i>Лабораторная работа № 5</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		

Задача линейного программирования

Постановка задачи: Найти максимум и точку максимума функции Z

$$\mathbf{Z} = \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{x}_1 + \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{x}_2$$

при ограничениях

$$\left\{ \begin{array}{l} \leq 0 \\ \leq 0 \\ \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

1. Решить задачу на ЭВМ с помощью стандартной подпрограммы SIMPLPR.
2. Решить задачу вручную геометрическим методом в соответствии с примером в теоретической части.

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S=$ _____ , $G=$ _____ , $K=$ _____

Матричная формулировка

Найти $\max_{\bar{x} \geq 0} z = (\bar{c}, \bar{x})$ при ограничениях $A \bar{x} \leq \bar{b}$ и дополнительном условии

$$\text{где } \bar{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \bar{c} = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix}$$

Текст программы

Ручной счет

Графическое решение задачи (построение многоугольника ограничений, прямой $z=0$ и определение точки максимума).

Ответ:

<i>Лабораторная работа № 6</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		

Лабораторная работа № 7.

Метод конечных элементов (МКЭ)

Задание. Решить задачу о изгибе растянуто-изогнутой балки методом конечных элементов.

Исходная постановка задачи:

Найти функцию $y(x)$ при которой функционал

$$\Phi(y(x)) = \frac{1}{2} \int_0^l (EJ(y'(x))^2 + py(x)^2) dx - \int_0^l M(x)y(x) dx$$

принимает минимальное значение.

$EJ = \underline{\hspace{1cm}}$ $P = \underline{\hspace{1cm}}$ $l = \underline{\hspace{1cm}}$

$M(x) = \underline{\hspace{4cm}}$

Составить конечно-элементную систему уравнений (матрицу жесткости и вектор нагрузки) и решить полученную систему.

1. Решить задачу на ЭВМ для $N = \underline{\hspace{1cm}}$ точек ($N-1$ конечных элементов).

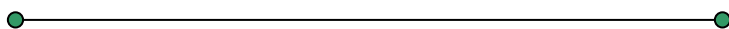
Представить результаты счета для $N = \underline{\hspace{1cm}}$, то есть $\underline{\hspace{1cm}}$ конечных элементов.

2. Решить задачу вручную для $N = \underline{\hspace{1cm}}$, т.е. $\underline{\hspace{1cm}}$ конечных элементов.

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{1cm}}$, $G = \underline{\hspace{1cm}}$, $K = \underline{\hspace{1cm}}$

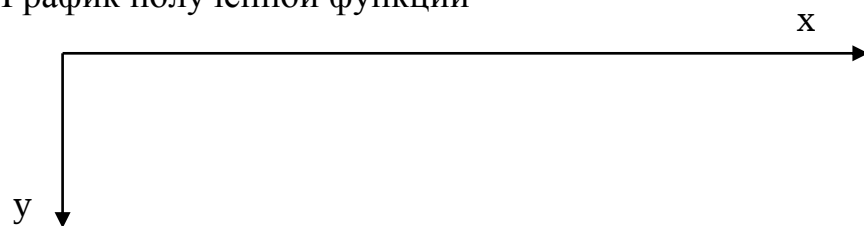
Конечно-элементная схема (расположение элементов при $N = \underline{\hspace{1cm}}$ с нумерацией)



Текст программы

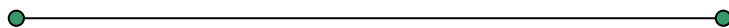
Результаты счета

График полученной функции



Ручной счет (N=___)

Конечно-элементная схема (расположение элементов при N=___ с нумерацией)



Локальные матрицы жесткости:

$$K^i = \text{---} \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} + \text{---} \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$

$i = 1, 2, 3$

Локальные векторы нагрузки

$$M_1 = \text{---} =$$

$$M_2 = \text{---} =$$

$$M_3 = \text{---} =$$

$$R^1 = \text{---} \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix} \quad R^2 = \text{---} \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix} \quad R^3 = R^1 = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix}$$

Общие матрица жесткости и вектор нагрузки без учета закреплений

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \quad \tilde{R} = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix}$$

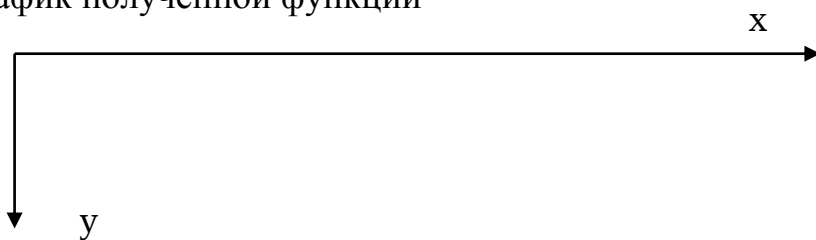
С учетом закреплений

$$K = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \quad \bar{R} = \begin{pmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{pmatrix}$$

Решение системы уравнений $K \bar{y} = \bar{R}$

Ответ:

График полученной функции



<i>Лабораторная работа № 7</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		

Рабочая тетрадь для выполнения лабораторных и практических работ
по строительной информатике.

Численные методы, алгоритмы и программы решения задач на ЭВМ

Лицензия ЛР № 020675 от 09.12.1997

Подписано к печати 01.09.2014

Формат 60х84 1/16

Печать офсетная

И-

Объем 2 п.л.

Тираж 2500

Заказ

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет»
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26